Im Lauf der 8. Klasse haben wir schon einiges über Funktionen kennengelernt. Die wichtigsten Grundbegriffe dazu findest du in unserem Schulbuch oder in deinem Heft.

Bisher sind uns drei verschiedene Funktionstypen begegnet:

- *Lineare Funktionen (dazu gehört auch die direkte Proportionalität)*
- *Die indirekte Proportionalität*
- *Quadratische Funktionen (nur in wenigen Beispielen).*

*Die linearen Funktionen stellen eine Verallgemeinerung der direkten Proportionalität dar. In der kommenden Zeit müssen wir uns nun mit der Verallgemeinerung der indirekten Proportionalität befassen. Die sind die Bruchfunktionen oder **gebrochen rationalen Funktionen**.*

Übertrage nun den folgenden Eintrag in dein Heft:

Gebrochen rationale Funktionen

Terme, bei denen eine Variable im Nenner auftritt, heißen **Bruchterme.**

Beispiele: $\frac{1}{x}$; $\frac{2x}{x^2-1}$; $\frac{3}{x+4}$

Für Bruchterme gilt – genauso wie bei Brüchen, dass man nicht durch 0 dividieren kann. Beim Einsetzen von Zahlen darf man deshalb nur solche Zahlen einsetzen, für die der Nenner nicht 0 wird. Diese Zahlen bilden die **Definitionsmenge D** des Bruchterms.

Bei $\frac{1}{x}$ wird der Nenner 0, wenn man $x=0$ einsetzen würde. Daher ist $D=\mathbb{Q}\setminus\{0\}$.

Der Nenner bei $\frac{2x}{x^2-1}$ wird 0, wenn $x^2=1$ ist, also für $x=+1$ oder für $x=-1$. $\Rightarrow$ $D=\mathbb{Q}\setminus\{+1;-1\}$.

$x+4=0 \;\Rightarrow\; x=-4 \;\Rightarrow$ der Bruchterm $\frac{3}{x+4}$ hat die Definitionsmenge $D=\mathbb{Q}\setminus\{-4\}$.

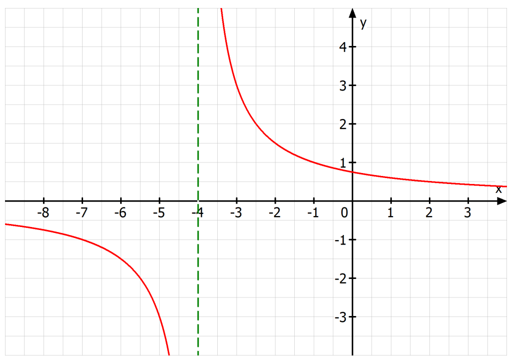
Mit Bruchtermen kann man jetzt auch Funktionen definieren. Ergänze im Heft:

Funktionen, deren Funktionsterm ein Bruchterm ist, heißen **gebrochen rationale Funktionen**.

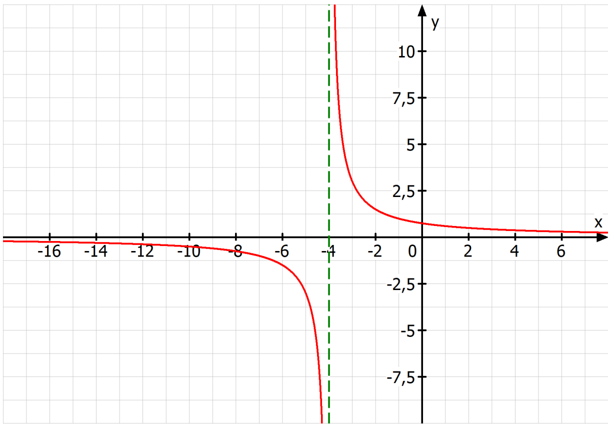
Bei der Definitionsmenge eines Bruchterms bzw. der dazugehörenden gebrochen rationalen Funktion fehlen immer einzelne Zahlen. An diesen Stellen gibt es keinen Funktionswert, der Graph hat dort eine Lücke. Daher nennt man diese Stellen **Definitionslücken** der Funktion.

Beispiel:

Die Funktion $f: x \mapsto \frac{3}{x+4}$ *hat die Definitionsmenge* $D=\mathbb{Q}\setminus\{-4\}$. *An der Stelle* $x=-4$ *hat die Funktion eine Definitionslücke. Der Graph der Funktion (rot gezeichnet) darf deshalb die grüne gestrichelte Linie bei* $x=-4$ *nicht schneiden.*



Wenn man das Koordinatensystem verkleinert, so dass ein größerer Bereich gezeichnet werden kann, dann erkennt man eine weitere Eigenschaft gebrochen rationaler Funktionen:



- *Je größer der Betrag der x-Werte wird, desto mehr nähern sich die Funktionswerte dem Wert 0. Der Graph nähert sich für sehr große und sehr kleine x-Werte immer mehr der x-Achse an.*

  Man sagt: die x-Achse ist die ***waagrechte Asymptote*** *des Graphen von f.*

- *Wenn sich die x-Werte immer mehr der Definitionslücke $x=-4$ nähern, dann werden die zugehörigen Funktionswerte immer kleiner (bei Annäherung von links) bzw. immer größer (bei Annäherung von rechts).*

  Man sagt: die Gerade $x=-4$ ist eine ***senkrechte Asymptote*** *des Graphen von f.*

Ergänze wieder im Heft:

Eine Gerade, der sich der Graph einer Funktion beliebig annähert, nennt man eine **Asymptote** des Funktionsgraphen.

- *Weitere Erläuterungen findest du im Buch auf Seite 106-107.*
- *Betrachte dir die Beispiele auf Seite 108 im Schulbuch.*