Mathematik 8		
Wahrscheinlichkeitsrechnung	Lösungen	S. 101/7, 10 S. 105/3, 6

S. 101/7

a) Es gibt $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 1 = 10! = 3\ 628\ 800$ verschiedene Anordnungen, d.h. $|\Omega| = 3\ 628\ 800$. Nur bei einer einzigen dieser Anordnungen stehen die 10 Schülerinnen der Größe nach in einer Reihe.

$$P(A) = \frac{1}{3\ 628\ 800} \approx 0{,}000\ 028\,\%$$

b) Die Schülerinnen brauchen 3 628 800 Minuten = 60 480 Stunden = 2520 Tage, das sind knapp 7 Jahre.

S. 101/10

Nico hat $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ Möglichkeiten, die drei Briefe in die 3 Kuverts zu stecken.

a) Es gibt genau eine Möglichkeit, dass alle drei Briefe jeweils im richtigen Umschlag stecken.

$$P(\text{alle richtig}) = \frac{1}{6} \approx 17\,\%$$

b) Man kann an einer kleinen Tabelle die verschiedenen Möglichkeiten schnell abzählen.

	Kuvert 1	Kuvert2	Kuvert 3	Bemerkung
1. Möglich-keit:		Brief 1		Wenn Brief 1 in Umschlag 2 steckt, dann muss Brief 3 in Umschlag 1 stecken, sonst wären nicht alle Briefe falsch eingetütet. Brief 2 muss dann automatisch in Umschlag 3 sein.
	Brief 3		Brief 2	
2. Möglich-keit:			Brief 1	Brief 1 steckt in Umschlag 3. Dann muss Brief 2 in Umschlag 1 stecken und für Brief 3 bleibt nur noch Umschlag 2 übrig.
	Brief 2	Brief 3		

$$P(\text{alle falsch}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33\%$$

c) „nur 2 Briefe falsch“ bedeutet, dass genau 1 Brief richtig eingetütet ist. Es kann also der erste, der zweite oder der dritte Brief im richtigen Kuvert sein, es gibt 3 Möglichkeiten.

$$P(\text{nur zwei falsch}) = \frac{3}{6} = 50\,\%$$

S. 105/3

Die vier weißen Kugeln müssen unterschieden werden, sonst ist das Ziehen einer Kugel kein Laplace-Experiment $\Rightarrow$ $|\Omega| = 5$.

a) $P(\text{rot}) = \frac{1}{5} = 20\,\%$

b) Nun sind nur noch 4 Kugeln in der Urne, $|\Omega| = 4$. $P(\text{rot}) = \frac{1}{4} = 25\%$

S. 105/6

a) Für die erste Stelle gibt es 4, für die zweite Stelle nur noch 3, für die dritte Stelle noch 2 und für die letzte Stelle nur noch 1 Möglichkeit, also $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$.

Man kann sich natürlich auch auf den Standpunkt stellen, dass eine Zahl, die erster Stelle die „0“ hat, keine vierstellige Zahl ist, sondern eigentlich nur dreistellig ist und damit der Aufgabenstellung nicht entspricht.

In diesem Fall muss man anders zählen:

Für die erste Stelle gibt es nur 3 Möglichkeiten („1“, „2“, „3“). An der zweiten Stelle können dann wieder 3 verschiedene Ziffern stehen (die beiden, die an erster Stelle nicht ausgewählt wurden und die „0“), an dritter Stelle dann noch 2 und an letzter Stelle noch 1. $\Rightarrow\ 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$.

b) Wenn die Ziffern nicht unterschiedlich sein müssen, dann kann jede Ziffer auch mehrfach vorkommen. Lässt man die „0“ an führender Stelle zu, dann gibt es $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$.

Wenn an erster Stelle keine „0“ stehen darf, dann sind es nur $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 192$ verschiedene Zahlen.

c) Ohne „0“ sind es nur 3 Ziffern, also $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$ mögliche Zahlen.

d) Ohne „1“ muss man wieder unterscheiden, ob die „0“ an erster Stelle stehen darf oder nicht.

Lässt man die „0“ an erster Stelle zu, dann sind es auch $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$ Zahlen, wenn vorne keine „0“ stehen darf, dann nur $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3 = 54$ verschiedene Zahlen.

Erläuterung:

Bei „Zahlen“ würde ich auch sagen, dass an erster Stelle keine „0“ stehen darf. 0342 ist ja streng genommen wirklich nicht vierstellig.

Wenn es aber um Einstellmöglichkeiten bei einfacher Zahlenschlössern geht, wie sie z.B. an Koffern oder (billigen) Fahrradschlössern verbaut werden, dann muss man die „0“ auch als führende Ziffer berücksichtigen.

Solche Zahlenschlösser sind aber selbst dann kein wirklicher Schutz, wenn sie eine 3-stellige „Geheimzahl“ haben mit jeweils 10 verschiedenen Ziffern. Dann gibt es zwar $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000$ *verschiedene Geheimzahlen. Diese 1000 Möglichkeiten kann man aber in wenigen Minuten durchprobieren.*

Auch bei der 4-stelligen PIN einer Bank- oder Kreditkarte gibt es nur $10^4 = 10\,000$ *verschiedene Möglichkeiten. Ein Computer hätte hier in wenigen Sekundenbruchteilen alle Möglichkeiten durchprobiert, wenn er beliebig viele Versuche machen könnte. Daher ist es sinnvoll, dass man bei einer Bankkarte nur drei Versuche hat und die Karte nach dem dritten Fehlversuch gesperrt wird. Trotzdem besteht eine geringe Wahrscheinlichkeit von* $\frac{1}{10\,000} = 0{,}01\,\%$*, dass jemand im ersten Versuch zufällig die richtige PIN errät.*