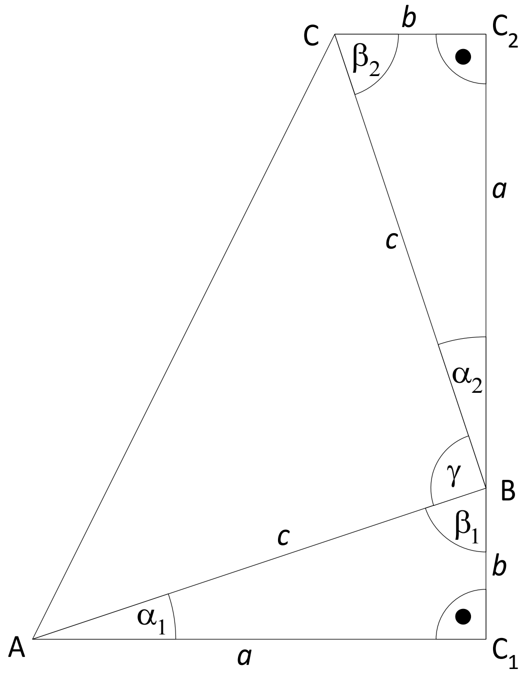
In der nebenstehenden Zeichnung sind die beiden Dreiecke ADB und BEC rechtwinklig. Die Seiten beider Dreiecke sind gleich lang.



1. Warum sind die beiden Dreiecke AC_1B und BC_2C kongruent?

$$\overline{AC_1} = \overline{BC_2}$$
$$\overline{C_1B} = \overline{C_2C}$$
$$\overline{AB} = \overline{BC}$$
$\Rightarrow$ Übereinstimmung in drei Seiten
$$\Rightarrow \Delta AC_1B \equiv \Delta BC_2C$$

2. Was kann man aus der Kongruenz der Dreiecke über die Winkel aussagen?

$$\alpha_1 = \alpha_2$$
$$\beta_1 = \beta_2$$

3. Wie groß ist der Winkel γ des Dreiecks ABC?

$$\gamma = 180° - (\alpha_2 + \beta_1)$$
$$\gamma = 180° - (\alpha_1 + \beta_1) \quad [\text{da } \alpha_2 = \alpha_1]$$
$$\gamma = 180° - 90° \quad [\text{da } \alpha_1 + \beta_1 + 90° = 180°]$$
$$\Rightarrow \gamma = 90°$$

4. Drücke den Flächeninhalt des Trapezes AC_1C_2C durch a und b aus:

$$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot \text{Summe der Parallelseiten} \cdot \text{Höhe}$$
$$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot (a+b)$$
$$A_{Trapez} = \frac{1}{2}(a^2 + 2ab + b^2)$$

5. Den gleichen Flächeninhalt kannst du auch als Summe der drei Dreiecksfläche AC_1B, BC_2C und ABC ausdrücken:

$$A = A_{\Delta AC_1B} + A_{\Delta BC_2C} + A_{\Delta ABC}$$
$$A = \frac{1}{2} a \cdot b + \frac{1}{2} a \cdot b + \frac{1}{2} c \cdot c$$
$$A = ab + \frac{1}{2} c^2$$

6. Vergleiche die in 4. und 5. berechneten Flächeninhalte. Was folgt daraus?

$$\frac{1}{2}(a^2 + 2ab + b^2) = ab + \frac{1}{2} c^2$$
$$\frac{1}{2} a^2 + ab + \frac{1}{2} b^2 = ab + \frac{1}{2} c^2$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{2} b^2 = \frac{1}{2} c^2$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$$

Satz von Pythagoras:

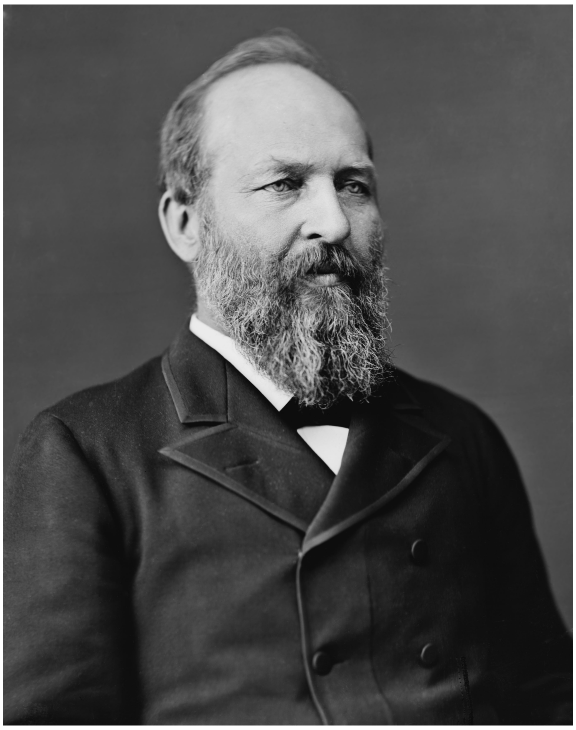
In jedem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Quadrate der beiden Katheten genauso groß wie das Quadrat der Hypotenuse.

Summe der Kathetenquadrate = Hypotenusenquadrat

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Kehrsatz:

Wenn in einem Dreieck das Quadrat einer Seitenlänge gleich der Summe der Quadrate der beiden anderen Seitenlängen ist, dann ist das Dreieck rechtwinklig.



Dieser Beweis des Satzes von Pythagoras wurde 1876 von James Abraham Garfield (1831-1881) veröffentlicht.

Garfield war vom 4. März 1811 bis 19. September 1881 der 20. amerikanische Präsident.

Bildnachweis:

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:James_Abram_Garfield,_photo_portrait_seated.jpg#mediaviewer/File:James_Abram_Garfield,_photo_portrait_seated.jpg; aufgerufen am 11.12.2014

http://commons.wikimedia.org/wiki/File:James_A_Garfield_Signature.svg#mediaviewer/File:James_A_Garfield_Signature.svg; aufgerufen am 11.12.2014