

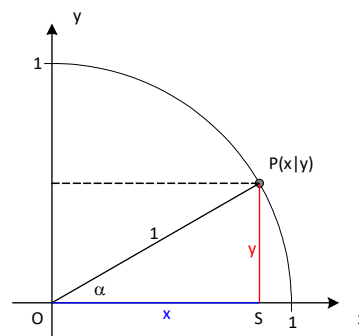
Mathematik 9		10.03.2021
Trigonometrie	Trigonometrie am Einheitskreis	

Trigonometrie am Einheitskreis

Man kann auch an einem Kreis im Koordinatensystem die trigonometrischen Beziehungen Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels erkennen.

Übertrage dazu die Überschrift **Trigonometrie am Einheitskreis** und die folgende Zeichnung in dein Heft.

- Zeichne ein Koordinatensystem mit Längeneinheit 5 cm.
- Zeichne einen Viertelkreis in das Koordinatensystem mit Mittelpunkt $(0|0)$ und Radius $r = 1$ LE.
- Markiere auf dem Viertelkreis einen Punkt $P(x|y)$ und verbinde diesen mit dem Ursprung. Der Winkel α soll sich deutlich von 45° unterscheiden.
- Zeichne die beiden Parallelen zur x- und zur y-Achse durch den Punkt P.
- Ergänze deine Zeichnung durch die Beschriftungen.



Der Punkt P bildet zusammen mit O und S ein rechtwinkliges Dreieck.

Überlege dir, was Gegenkathete von α , Ankathete von α und Hypotenuse in diesem Dreieck ist.

Was ist dann $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$, $\tan(\alpha)$?

Ergänze nun deine Aufzeichnungen:

Ein Kreis mit Radius $r = 1$ Längeneinheit nennt man einen **Einheitskreis**.

Im Koordinatensystem bilden die Punkte O, S, P ein rechtwinkliges Dreieck.

\overline{OP} ist die Hypotenuse, \overline{PS} ist die Gegenkathete von α und \overline{OS} ist die Ankathete von α .

$$\text{Es gilt daher: } \sin \alpha = \frac{\overline{PS}}{\overline{OP}} = \frac{y}{1} = y \quad \text{und} \quad \cos \alpha = \frac{\overline{OS}}{\overline{OP}} = \frac{x}{1} = x$$

Im Einheitskreis ist $\sin \alpha$ die Länge der **senkrechten Kathete** und $\cos \alpha$ die Länge der **waagrechten Kathete** des Dreiecks.

Die Zuordnung, die jedem Winkel α zwischen 0° und 90° eindeutig die y-Koordinate des Punktes P auf dem Einheitskreis zuordnet, heißt deshalb **Sinusfunktion** $\alpha \mapsto \sin \alpha$.

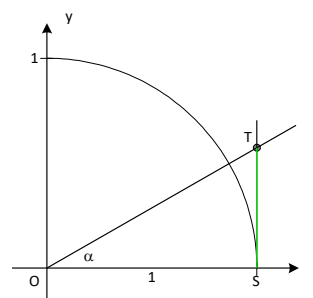
Entsprechend heißt die Zuordnung, die jedem Winkel α zwischen 0° und 90° eindeutig die x-Koordinate des Punktes P auf dem Einheitskreis zuordnet, **Kosinusfunktion** $\alpha \mapsto \cos \alpha$.

Hinweis: Häufig lässt man bei der Sinus- und Kosinusfunktion die Klammer () um die Winkelangabe weg; $\sin \alpha$ ist also nur eine andere Schreibweise für $\sin(\alpha)$.

Man kann auch den Tangens eines Winkels am Einheitskreis veranschaulichen.

Zeichne dazu noch einmal ein Koordinatensystem und einen Viertelkreis wie oben.

- Zeichne einen beliebigen Winkel α ein sowie die senkrechte Tangente an den Kreis im Punkt S.
- Beschrifte den Schnittpunkt der Tangenten mit dem Schenkel des Winkels mit T.



Mathematik 9		10.03.2021
Trigonometrie	Trigonometrie am Einheitskreis	

Ergänze jetzt wieder deine Aufzeichnungen:

Im Dreieck OST ist \overline{OT} die Hypotenuse, \overline{ST} die Gegenkathete von α und \overline{OS} die Ankathete von α .
Deshalb gilt: $\tan \alpha = \frac{\overline{ST}}{\overline{OS}} = \frac{\overline{ST}}{1} = \overline{ST}$

Am Einheitskreis ist $\tan \alpha$ die Länge des **Tangentenabschnitts**.

Die Zuordnung, die jedem Winkel α zwischen 0° und 90° eindeutig die Länge des Tangentenabschnitts \overline{ST} zuordnet, heißt deshalb **Tangensfunktion** $\alpha \mapsto \tan \alpha$.

Schau dir im Schulbuch auf Seite 136 unten die Graphen der Sinus- und der Kosinusfunktion an und wie man sie vom Einheitskreis übertragen kann.

Mithilfe des Einheitskreises kann man $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ oder $\tan(\alpha)$ für einen beliebigen Winkel zwischen 0° und 90° näherungsweise bestimmen.

Man zeichnet sich dazu einen Einheitskreis mit $r = 10\text{cm}$, zeichnet den Winkel α ein und liest die Länge der senkrechten bzw. waagrechten Kathete oder die Länge des Tangentenabschnitts ab. Vergleiche dazu das Beispiel 1 auf Seite 137.

Mit dem Taschenrechner kannst du die Werte für $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ oder $\tan(\alpha)$ ganz einfach ermitteln. Drücke z.B. für $\sin(25^\circ)$ dazu die Tasten $\boxed{\sin}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{=}$. Der Taschenrechner sollte dann das Ergebnis 0,422618... anzeigen.

Wichtig: Der Taschenrechner muss dazu im richtigen Winkelmaß eingestellt sein. In der kleinen Statuszeile ganz oben muss ein \boxed{D} zu sehen sein. Wenn dort ein \boxed{R} oder ein \boxed{G} steht, dann musst du erst den Taschenrechner umstellen.

Drücke dazu die folgenden Tasten: $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{SETUP}}$ danach $\boxed{2}$ (für Winkeleinheit) und dann $\boxed{1}$ (für Gradmaß).