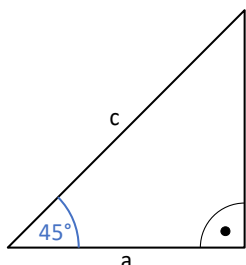


Mathematik 9		13.04.2021
Trigonometrie	Wichtige Winkel	

Winkelfunktionen besonderer Winkel

Von einigen Winkeln kann man die Werte für $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$ exakt angeben.

a) $\alpha = 45^\circ$



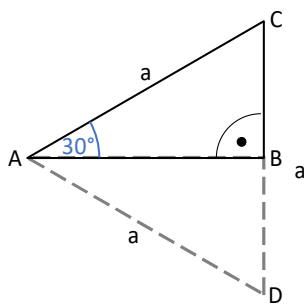
Das Dreieck ist rechtwinklig und gleichschenkelig.
Drücke c durch a aus (Satz von Pythagoras!):

$$c =$$

Stelle nun einen Ansatz für $\sin(45^\circ)$ auf und vereinfache den Ausdruck:

$$\sin(45^\circ) =$$

b) $\alpha = 30^\circ$



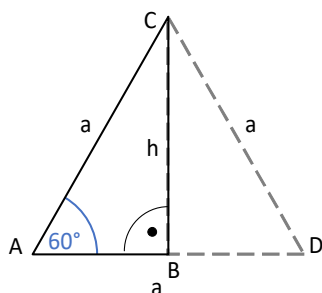
Wir spiegeln das Dreieck ABC an der Seite [AB]. Das so entstandene Dreieck ADC ist gleichseitig.

Wie lang ist deshalb die Strecke [BC]? $\overline{BC} =$

Stelle nun wieder einen Ansatz für $\sin(30^\circ)$ auf und vereinfache den Ausdruck:

$$\sin(30^\circ) =$$

c) $\alpha = 60^\circ$



Wieder ergänzen wir das Dreieck ABC durch Spiegelung zum Dreieck ADC.

h ist die Höhe in diesem gleichseitigen Dreieck. Mithilfe des Satzes von Pythagoras im Dreieck ABC kannst du diese Höhe durch a

ausdrücken: $h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$ Löse diesen Ansatz nach h auf:

$$h =$$

Ergänze den folgenden Ansatz und vereinfache wieder: $\Rightarrow \sin(60^\circ) = \frac{h}{a} =$

Mathematik 9		13.04.2021
Trigonometrie	Wichtige Winkel	

d) Nachdem wir nun die Werte für $\sin(30^\circ)$, $\sin(45^\circ)$ und $\sin(60^\circ)$ kennen, kannst du über die Beziehung $\cos(\alpha) = \sin(90^\circ - \alpha)$ auch die Werte für $\cos(30^\circ)$, $\cos(45^\circ)$ und $\cos(60^\circ)$ exakt angeben:

$$\cos(30^\circ) =$$

$$\cos(45^\circ) =$$

$$\cos(60^\circ) =$$

e) Es gilt: $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$. Damit kannst du jetzt auch die folgenden Werte exakt angeben:

$$\tan(30^\circ) =$$

$$\tan(45^\circ) =$$

$$\tan(60^\circ) =$$

f) Jetzt fehlen noch die Werte für $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 90^\circ$. In beiden Fällen gibt es eigentlich kein rechtwinkliges Dreieck mit diesen Winkeln. Es ist jedoch sinnvoll, die folgenden Definitionen zu treffen:

$$\begin{array}{lll} \sin(0^\circ) = 0 & \cos(0^\circ) = 1 & \tan(0^\circ) = 0 \\ \sin(90^\circ) = 1 & \cos(90^\circ) = 0 & \tan(90^\circ) \text{ ist nicht definiert} \end{array}$$

g) Zusammenfassung

(Die roten Ergänzungen können als Lernhilfe verwendet werden)

α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
0°	$0 = \frac{1}{2}\sqrt{0}$	$1 = \frac{1}{2}\sqrt{4}$	$0 = \frac{1}{3}\sqrt{0}$
30°	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{1}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
45°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$1 = \frac{1}{3}\sqrt{9}$
60°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{1}$	$\sqrt{3} = \frac{1}{3}\sqrt{27}$
90°	$1 = \frac{1}{2}\sqrt{4}$	$0 = \frac{1}{2}\sqrt{0}$	nicht definiert