

Eigenschaften der Zahl $\sqrt{2}$

- $\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$, denn $1^2 = 1$
 $2^2 = 4$
- Ist $\sqrt{2}$ eine rationale Zahl?

Annahme: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, vollständig gekürzt.

$q \neq 1$, weil $\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$

$$\sqrt{2}^2 = 2 \quad \text{und} \quad \sqrt{2}^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \frac{p \cdot p}{q \cdot q}$$

18.09.2020

auch der Bruch $\frac{p \cdot p}{q \cdot q}$ ist vollständig gekürzt, wenn $\frac{p}{q}$ vollständig gekürzt ist.

$$q \cdot q \neq 1$$

$\Rightarrow \frac{p \cdot p}{q \cdot q} \notin \mathbb{Z}$ (ist keine ganze Zahl)

$$\Rightarrow 2 \notin \mathbb{Z}$$

aber $\frac{p \cdot p}{q \cdot q} = \sqrt{2}^2 = 2$ Widerspruch.

D.h. Die Annahme $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ muss falsch sein!

$$\Rightarrow \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

\Rightarrow Neben den rationalen Zahlen muss

es noch weitere Zahlen geben.

Diese Zahlen nennt man irrationale Zahlen.

Für $\sqrt{2}$ gilt daher:

- $\sqrt{2}$ hat unendlich viele Dezimalstellen
- $\sqrt{2}$ ist kein periodischer Dezimalbruch

$$5.9/6e), -3$$

$$6f), 8 \cdot \frac{3}{4} = 6$$

$$6g), \sqrt{25} = 5$$

$$6h), 7$$

$$i), 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

$$k), (\sqrt{49})^2 = 49$$

$$l), (-\sqrt{49})^2 = (-7)^2 = 49$$

$$-\sqrt{49}^2 = -7^2 = -7 \cdot 7 = -49$$

$$m), -\sqrt{49^2} = -49$$