

Mathematik 8		
Wahrscheinlichkeitsrechnung	Beispiel	S. 98/10

Schaue dir das folgende Beispiel zur Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten sorgfältig an.

### S. 98/10

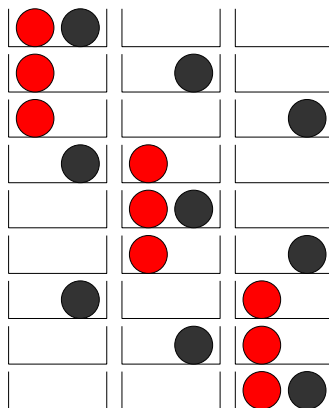
Eine rote und eine schwarze Kugel werden zufällig auf drei Kästchen verteilt.

- Zeichne alle möglichen Belegungen der Kästchen.
- Gib eine Ergebnismenge an.
- Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse  
A: Kästchen 1 ist leer  
B: Nur Kästchen 1 ist leer  
C: Genau ein Kästchen ist leer  
D: Zwei Kästchen sind leer

#### zu a)

Überlegungen

- Jede der beiden Kugeln kann immer nur in genau einem Kästchen liegen.
- Am Anfang legt man beide Kugel in das linke Kästchen und setzt dann z.B. die schwarze Kugel immer ein Kästchen nach rechts.
- Danach nimmt man die rote Kugel ins zweite Kästchen und setzt die schwarze wieder der Reihe nach von links nach rechts.
- Dann setzt man die rote Kugel wieder ein Kästchen nach rechts und lässt die schwarze erneut von links nach rechts alle Kästchen durchwandern.



#### zu b)

Jedes einzelne Ergebnis kann man als Zahlenpaar schreiben. Die erste Stelle gibt die Nummer des Kästchens mit der roten Kugel, die zweite Stelle die Nummer des Kästchens mit der schwarzen Kugel an.

$(1 | 2)$  bedeutet also: rote Kugel in Kästchen 1, schwarze Kugel in Kästchen 2.

$$\Omega = \{(1 | 1); (1 | 2); (1 | 3); (2 | 1); (2 | 2); (2 | 3); (3 | 1); (3 | 2); (3 | 3)\}$$

$$\Rightarrow |\Omega| = 9$$

Jedes dieser 9 Ergebnisse tritt mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf, es handelt sich also um ein Laplace-Experiment.

Mathematik 8		
Wahrscheinlichkeitsrechnung	Beispiel	S. 98/10

**zu c)**

A: Kästchen 1 ist leer

$$A = \{(2 | 2); (2 | 3); (3 | 2); (3 | 3)\}$$

$$\Rightarrow |A| = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{9}$$

Man kann die Anzahl der für A günstigen Ergebnisse natürlich auch an der Zeichnung aus Teilaufgabe a) abzählen.

B: Nur Kästchen 1 ist leer

Kästchen 2 und 3 müssen also jeweils (genau) eine Kugel enthalten.

$$B = \{(2 | 3); (3 | 2);\}$$

$$\Rightarrow |B| = 2$$

$$P(B) = \frac{2}{9}$$

C: Genau ein Kästchen ist leer

Die Nummern der beiden Kästchen dürfen also nicht gleich sein, sonst wären beide Kugeln im gleichen Kästchen und zwei Kästchen wären leer.

$$C = \{(1 | 2); (1 | 3); (2 | 1); (2 | 3); (3 | 1); (3 | 2);\}$$

$$\Rightarrow |C| = 6$$

$$P(C) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

D: Zwei Kästchen sind leer

Das bedeutet, dass beide Kugel im gleichen Kästchen liegen müssen.

$$D = \{(1 | 1); (2 | 2); (3 | 3)\}$$

$$\Rightarrow |D| = 3$$

$$P(D) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$