Mathematik 9		29.01.2021
Quadratische Funktionen und Gleichungen		Bestimmung des Funktionsterms Teil 2

Wir haben bereits am 22. Januar den Funktionsterm einer quadratischen Funktion aus dem Scheitelpunkt und einem weiteren Punkt des Graphen bestimmt.

Jetzt wollen wir den Term aus drei beliebigen Punkten, die auf einer Parabel liegen, ermitteln.

Übertrage den grau hinterlegten Eintrag in dein Schulheft.

Bestimmung des Funktionsterms

Eine Parabel verläuft durch die drei Punkte $P(1|5)$, $Q(-1|9)$, $R(2|12)$. Wir suchen den Funktionsterm der zugehörigen quadratischen Funktion *f*.

Dazu beginnen wir mit dem allgemeinen Ansatz $f(x) = ax^2 + bx + c$.

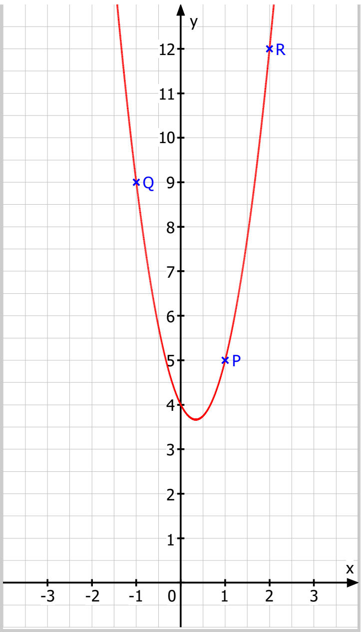
Wenn ein Punkt auf einem Funktionsgraphen liegt, dann müssen seine Koordinaten die Funktionsgleichung erfüllen. Deshalb setzen wir nacheinander die Koordinaten von *P*, *Q* und *R* in die Gleichung $y = f(x)$ bzw. $y = ax^2 + bx + c$ ein:

$P(1|5)$ eingesetzt liefert: $5 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$
$\Rightarrow\ 5 = a + b + c$

$Q(-1|9)$ eingesetzt liefert: $9 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$
$\Rightarrow\ 9 = a - b + c$

$R(2|12)$ eingesetzt liefert: $12 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$
$\Rightarrow\ 12 = 4a + 2b + c$

Dies sind drei Gleichungen für die drei Variablen *a*, *b* und *c*.



In der 8. Klasse haben wir bereits gelernt, wie man ein Gleichungssystem löst, das aus zwei Gleichungen mit zwei Variablen besteht. Die gleichen Lösungsverfahren kann man auch hier anwenden. Man muss jedoch noch sorgfältiger angeben, welche der drei Gleichungen man jeweils verwendet, damit man den Überblick nicht verliert.

Schreibe nun weiter in dein Heft:

Ein **lineares Gleichungssystem mit drei Gleichungen** und drei Variablen kann man lösen, indem man es auf ein System aus zwei Gleichungen mit nur noch zwei Variablen zurückführt.

1. Eine der drei Gleichungen wird nach einer der drei Variablen aufgelöst.

2. Man ersetzt in den beiden anderen Gleichungen diese Variable durch den sich ergebenden Term und eliminiert dadurch die Variable aus diesen Gleichungen.

3. Das so entstandene Gleichungssystem mit zwei Gleichungen und zwei Variablen wird mit einem bekannten Lösungsverfahren (Einsetz-, Gleichsetzungs- oder Additionsverfahren) gelöst.

4. Den Wert der eliminierten Variablen erhält man durch Einsetzen dieser Lösung in die Gleichung, die man im Schritt **1** aufgelöst hat.

Fortsetzung nächste Seite ↘

Mathematik 9		29.01.2021
Quadratische Funktionen und Gleichungen		Bestimmung des Funktionsterms Teil 2

Übertrage auch das folgende Beispiel in dein Heft:

Beispiel:

(I) $5 = a + b + c$
(II) $9 = a - b + c$
(III) $12 = 4a + 2b + c$

1. Schritt: Gleichung (I) wird nach **a** aufgelöst

(I) $5 = a + b + c$ $\Rightarrow$ (Ia) $a = 5 - b - c$

2. Schritt: In den Gleichungen (II) und (III) wird die Variable a durch den Term $5 - b - c$ ersetzt

(Ia) in (II): $9 = 5 - b - c - b + c$ $\Rightarrow$ (IIa) $4 = -2b$
(Ia) in (III): $12 = 4(5 - b - c) + 2b + c$ $\Rightarrow$ (IIIa) $-8 = -2b - 3c$

3. Schritt: Das Gleichungssystem (IIa) (IIIa) wird mit dem Einsetzverfahren gelöst

(IIa) $\Rightarrow$ $\boxed{b = -2}$
in (IIIa) $\Rightarrow$ $-8 = -2 \cdot (-2) - 3c$ $\Rightarrow$ $\boxed{c = 4}$

4. Schritt: $b = -2$ und $c = 4$ werden in Gleichung (Ia) eingesetzt

(Ia) $a = 5 - b - c$ $\Rightarrow$ $a = 5 - (-2) - 4$ $\Rightarrow$ $\boxed{a = 3}$

Der Funktionsterm lautet: $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$