

Mathematik 9		19.01.2021
Quadratische Funktionen und Gleichungen	Allgemeine Lösungsformel	Berechnung von Nullstellen

Mit Hilfe der Lösungsformel können auch die Nullstellen einer quadratischen Funktion berechnet werden.

Überlege dir zunächst, wie du die beiden folgenden Fragen beantworten kannst.

- Was versteht man unter der Nullstelle einer Funktion?
- Wie lautet allgemein die Gleichung, mit der man die Nullstelle(n) einer Funktion berechnen kann?

Die Nullstelle einer Funktion ist die Stelle auf der x-Achse, an der der Graph der Funktion die x-Achse schneidet, also die x-Koordinate des Schnittpunkts des Funktionsgraphen mit der x-Achse.

Die Funktionsgleichung $y = f(x)$ bedeutet bekanntlich, dass man die y-Koordinate eines beliebigen Punkts auf dem Graphen aus der x-Koordinate berechnen kann, indem man die x-Koordinate in $f(x)$ einsetzt und den Wert des Terms ausrechnet.

Beispiel: Gegeben ist der Funktionsterm $f(x) = 2x^2 - x + 1$. Durch welchen Punkt verläuft der Graph für $x = 3$?

$$f(x) = 2x^2 - x + 1 \Rightarrow f(3) = 2 \cdot 3^2 - 3 + 1 = 16$$

\Rightarrow Der Graph von f geht durch den Punkt $(3 \mid 16)$.

Will man die Nullstelle einer Funktion berechnen, dann sucht man die Punkte, an denen der Graph die x-Achse schneidet. Diese Punkte haben die y-Koordinate 0. Man kann deshalb die Nullstelle einer Funktion berechnen, indem man die Gleichung $f(x) = 0$ löst.

Für eine quadratische Funktion mit dem Funktionsterm $f(x) = ax^2 + bx + c$ findet man daher die Nullstellen, indem man die zugehörigen quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ löst. Dies kann man entweder mit der quadratischen Ergänzung machen oder mit der Lösungsformel.

Die Frage, ob eine quadratische Funktion überhaupt Nullstellen besitzt oder nicht, ist gleichbedeutend mit der Frage, ob die zugehörige quadratische Gleichung Lösungen hat oder nicht.

Diese Frage kann aber leicht beantwortet werden, indem man die Diskriminante der quadratischen Gleichung berechnet.

- Bearbeite nun aus dem Schulbuch die Aufgaben S. 85 / 7e, i, k und S. 85 / 6c, d, f