Volumen und Oberflächeninhalt eines Kegels

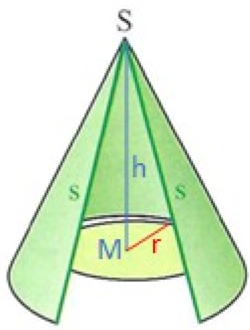
- *Lies dir zunächst den folgenden Text genau durch.*
- *Rechne die Herleitungen der Formeln nach.*

Kegel bzw. kegelförmige Körper kommen in unserer Umgebung ziemlich häufig vor. In der Küche verwendet man z.B. häufig Messbecher, die kegelförmig sind oder die Form eines Kegelstumpfs haben. Auch bei Gläsern und Tassen findet man Kegel bzw. Kegelstümpfe. Der obere Teil von vielen Flaschen ist ebenfalls kegelförmig.




Wir betrachten nur die Sonderform des **geraden Kreiskegels**. Die Grundfläche ist ein Kreis und die Spitze liegt senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche.

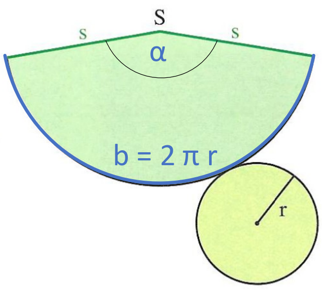
Genauso wie bei der Pyramide berechnet sich das Volumen eines solchen Kegels mit der Formel $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$.



Die Oberfläche setzt sich aus der Grundfläche G und der Mantelfläche M zusammen. Die Mantelfläche ist bei einem geraden Kreiskegel immer ein Kreissektor.

Grundfläche und Kreissektor der Mantelfläche haben in der Regel natürlich unterschiedliche Radien. Für den Radius der Grundfläche verwendet man üblicherweise die Variable r, während man den Radius der Mantelfläche mit s bezeichnet. s ist die Länge der **Mantellinie**. Betrachte dazu die (von mir ergänzte) Abbildung aus dem Schulbuch auf Seite 171. (Der Kegelmantel ist entlang der Mantellinie aufgeschnitten und etwas geöffnet, damit man den Grundkreis sehen kann.)

Für die Grundfläche gilt dann: $G = r^2 \cdot \pi$



Der Kreisbogen b, der Mantelfläche begrenzt, muss natürlich genauso lang wie der Umfang des Grundkreises sein, also $b = 2 \cdot \pi \cdot r$.

Die Länge von b hängt vom Mittelpunktswinkel α des Kreissektors ab:

Für $\alpha = 360°$ wäre b der Umfang des Kreises mit Radius s, also $b = 2 \cdot \pi \cdot s$.

Für Winkel, die kleiner als 360° sind, ist $b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot s$, also gilt:

$$b = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot s \quad \text{und} \quad b = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{360°} \cdot s = r$$

Die Fläche des Kreissektors ist ein Bruchteil der gesamten Kreisfläche:

$$M = \frac{\alpha}{360°} \cdot s^2 \cdot \pi$$

$$M = \frac{\alpha}{360°} \cdot s \cdot s \cdot \pi \quad \text{und} \quad \frac{\alpha}{360°} \cdot s = r$$

$$\Rightarrow \; M = r \cdot s \cdot \pi$$

- *Übertrage nun den folgenden Abschnitt in dein Heft:*

Volumen und Oberflächeninhalt eines Kegels

Volumen: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Mantelfläche: $M = r \cdot s \cdot \pi$

Oberfläche: $O = G + M = r^2 \cdot \pi \; + \; r \cdot s \cdot \pi$

Mantellinie: $s^2 = r^2 + h^2$

r ist der Radius des Grundkreises, h die Höhe des Kegels
G die Grundfläche und M die Mantelfläche.

- *Bearbeite aus dem Buch S. 172 / 4a*