

Mathematik 9		09.03.2021
Trigonometrie	Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken	

Wiederhole zunächst die Begriffe *Hypotenuse* und *Kathete*.

- Woran erkennt man in einem rechtwinkligen Dreieck die Katheten? Woran erkennt man die Hypotenuse?
- Was weißt du über die Längen der Katheten und der Hypotenuse?

Übertrage nun die Überschrift

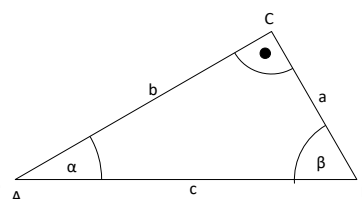
## Trigonometrie

### Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken

in dein Heft.

In jedem rechtwinkligen Dreieck gibt es zwar nur eine Hypotenuse, aber zwei Katheten. Im Folgenden müssen wir die beiden Katheten auseinander halten können.

Die Kathete, die dem Winkel gegenüber liegt, nennt man **Gegenkathete des Winkels**. Die andere Kathete ist die **Ankathete des Winkels**, weil sie am Winkel anliegt.



In der Zeichnung ist a die Gegenkathete von  $\alpha$  und b die Ankathete von  $\alpha$ . Gegenkathete von  $\beta$  ist die Seite b, Ankathete von  $\beta$  ist a.

Zeichne jetzt in dein Heft jeweils zwei verschiedene rechtwinklige Dreiecke mit dem angegebenen Winkel  $\alpha$ . Der rechte Winkel muss an der Ecke C liegen. Die Längen der Seiten kannst du beliebig wählen. Mache die Zeichnungen aber nicht zu klein, damit du die Seitenlängen anschließend gut abmessen kannst.

Miss bei allen Dreiecken die Längen der Seiten a, b, c und berechne für jedes Dreieck die Größe der Seitenverhältnisse  $\frac{a}{c}$ ,  $\frac{b}{c}$  und  $\frac{a}{b}$ .

a)  $\alpha = 20^\circ$

1. Dreieck	$a =$	$b =$	$c =$
	$\frac{a}{c} =$	$\frac{b}{c} =$	$\frac{a}{b} =$
2. Dreieck	$a =$	$b =$	$c =$
	$\frac{a}{c} =$	$\frac{b}{c} =$	$\frac{a}{b} =$

b)  $\alpha = 30^\circ$

1. Dreieck	$a =$	$b =$	$c =$
	$\frac{a}{c} =$	$\frac{b}{c} =$	$\frac{a}{b} =$

Mathematik 9		09.03.2021
Trigonometrie	Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken	

2. Dreieck	$a =$	$b =$	$c =$
	$\frac{a}{c} =$	$\frac{b}{c} =$	$\frac{a}{b} =$

c)  $\alpha = 50^\circ$

1. Dreieck	$a =$	$b =$	$c =$
	$\frac{a}{c} =$	$\frac{b}{c} =$	$\frac{a}{b} =$
2. Dreieck	$a =$	$b =$	$c =$
	$\frac{a}{c} =$	$\frac{b}{c} =$	$\frac{a}{b} =$

Lies erst weiter, wenn du die Aufgaben auf der 1. Seite vollständig gelöst hast.

Du solltest bei deinen Dreiecken folgende Seitenverhältnisse berechnet haben:

a)  $\alpha = 20^\circ$

$$\frac{a}{c} = 0,3421 \quad \frac{b}{c} = 0,9396 \quad \frac{a}{b} = 0,3641$$

b)  $\alpha = 30^\circ$

$$\frac{a}{c} = 0,5 \quad \frac{b}{c} = 0,866 \quad \frac{a}{b} = 0,5774$$

c)  $\alpha = 50^\circ$

$$\frac{a}{c} = 0,7663 \quad \frac{b}{c} = 0,6424 \quad \frac{a}{b} = 1,1928$$

Egal, wie groß oder klein du das Dreieck zeichnest: Das Verhältnis entsprechender Seiten hat bei dem gleichen Winkel  $\alpha$  immer den gleichen Wert.

Wenn das bei dir nicht der Fall ist, dann hast du entweder eine andere Winkelgröße verwendet oder nicht genau genug gemessen.

Bei deinen Zeichnungen war  $a$  immer die Gegenkathete von  $\alpha$ ,  $b$  die Ankathete von  $\alpha$  und  $c$  die Hypotenuse.

Wir haben festgestellt, dass für eine bestimmte Größe des Winkels  $\alpha$  die Seitenverhältnisse  $\frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$ ,  $\frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$  und  $\frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$  immer einen ganz bestimmten Wert haben und nicht von den Längen der Seiten abhängen.

Deshalb hat man für diese Seitenverhältnisse besondere Namen festgelegt.

*Übertrage den Eintrag auf der folgenden Seite in deine Aufzeichnungen:*

Mathematik 9		09.03.2021
Trigonometrie	Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken	

### Definition

Das Verhältnis der Gegenkathete von  $\alpha$  zur Hypotenuse heißt **Sinus des Winkels  $\alpha$** , das Verhältnis der Ankathete von  $\alpha$  zur Hypotenuse heißt **Kosinus von  $\alpha$**  und das Verhältnis der Gegenkathete von  $\alpha$  zur Ankathete von  $\alpha$  heißt **Tangens von  $\alpha$** .

$$\frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \sin \alpha$$

$$\frac{\text{Angekathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \cos \alpha$$

$$\frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \tan \alpha$$

Bearbeite aus dem Schulbuch die Aufgabe S. 135 / 4a, b