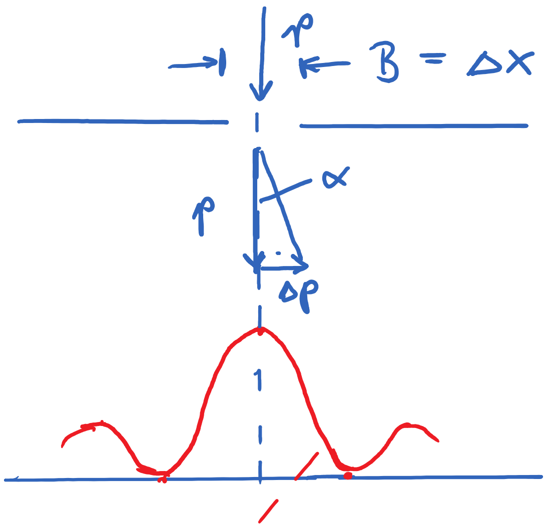
Di., 13.10.2020

1.4 Die Unschärferelation von Heisenberg

Prinzip der Überlegung: Bei der Beugung einer Welle bzw. eines Teilchens am Einfachspalt ändert sich (mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit) der Impuls des Teilchens



Intensitätsverteilung bei Beugung am Einfachspalt

Die meisten Objekte treffen im Zentralmaximum auf, d.h. der Ort ist zwischen den beiden Minima 1. Ordnung begrenzt.

Bedingung für das Minimum 1. Ordnung beim Einfachspalt (Formelsammlung S. 28)

$$B \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda \,, \quad k = 1$$

B : Spaltbreite

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{\lambda}{B}$$

Für den Impuls p gilt:

$$\tan\alpha = \frac{\Delta p}{p}$$

Da α sehr klein ist, gilt $\sin\alpha \approx \tan\alpha$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = \frac{\lambda}{B} \quad ; \quad \lambda = \frac{h}{p}$$ (De Broglie-Wellenlänge)

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{h}{p \cdot B}$$

$$\Delta p \cdot B = h$$

Man weiß nicht, an welcher Stelle des Spalts das Objekt durch den Spalt geflogen ist, d.h. man kennt den Ort nur so genau, wie breit der Spalt ist.

$$\Rightarrow \Delta x = B$$

$$\Delta p \cdot \Delta x = h$$

Die exakte Herleitung der Unschärferelation von Heisenberg ergibt

$$\boxed{\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}}$$

Je genauer man den Ort eines Objekts

bestimmt ($\Delta x \to 0$), desto weniger weiß man über den Impuls ($\Delta p \to \infty$), d.h. über die Geschwindigkeit des Objekts.

Beispiel S. 32

Ergänzung:
Die "Geschwindigkeitsunschärfe" von ca. 1000 km/s ist ungefähr halb so groß wie die Geschwindigkeit des Elektrons (2000 km/s). Diese Angabe fehlt leider im Buch, so dass man das Ergebnis nicht richtig einschätzen kann.
Folgerung: Die Angabe einer Geschwindigkeit, mit der sich das Elektron z.B. im Wasserstoffatom bewegt, ist eigentlich unsinnig, wenn diese Angabe um +/- 50% schwanken kann.